

La matematica del gioco. Il gioco della matematica

Viterbo 2 Maggio 2015

May 16, 2015

Sommario

La matematica del gioco

Giochi matematici

Il gioco dell'intelligenza

Il gioco della matematica

La matematica è un gioco

Teoria matematica dei giochi

- ▶ Von Neumann–Morgenstern (1947)
- ▶ John Nash (anni '50)
- ▶ Alan Turing (anni '50)

Si occupa di determinare la strategia vincente all'interno di un **gioco** a cui partecipano individui **intelligenti** e **razionali**.

Teoria matematica dei giochi

- ▶ Von Neumann–Morgenstern (1947)
- ▶ John Nash (anni '50)
- ▶ Alan Turing (anni '50)

Si occupa di determinare la strategia vincente all'interno di un **gioco** a cui partecipano individui **intelligenti** e **razionali**.

Cos'è un gioco?

Un gioco è essenzialmente un insieme di regole che delimitano le azioni consentite.

Le **regole del gioco** chiariscono cosa fa parte del gioco, cosa è consentito nel gioco, cosa è vietato nel gioco.

Cos'è un gioco?

Un gioco è essenzialmente un insieme di regole che delimitano le azioni consentite.

Le **regole del gioco** chiariscono cosa fa parte del gioco, cosa è consentito nel gioco, cosa è vietato nel gioco.

Cos'è un gioco?

Un gioco è essenzialmente un insieme di regole che delimitano le azioni consentite.

Le **regole del gioco** chiariscono cosa fa parte del gioco, cosa è consentito nel gioco, cosa è vietato nel gioco.

Intelligente e razionale?

Il giocatore deve essere in grado di:

- ▶ determinare un insieme di azioni possibili;
- ▶ individuare le conseguenze delle azioni (comprese azioni di altri giocatori);

Intelligente e razionale?

Il giocatore deve essere in grado di:

- ▶ determinare un insieme di azioni possibili;
- ▶ individuare le conseguenze delle azioni (comprese azioni di altri giocatori);
- ▶ ordinare le conseguenze dalla più utile alla meno utile;

Intelligente e razionale?

Il giocatore deve essere in grado di:

- ▶ determinare un insieme di azioni possibili;
- ▶ individuare le conseguenze delle azioni (comprese azioni di altri giocatori);
- ▶ ordinare le conseguenze dalla più utile alla meno utile;
- ▶ scegliere l'azione migliore.

Intelligente e razionale?

Il giocatore deve essere in grado di:

- ▶ determinare un insieme di azioni possibili;
- ▶ individuare le conseguenze delle azioni (comprese azioni di altri giocatori);
- ▶ ordinare le conseguenze dalla più utile alla meno utile;
- ▶ scegliere l'azione migliore.

Utile?

La **funzione di utilità** è un modo di associare una scala di valore ad ogni stato del gioco.

Utilità va intesa in senso esteso

Utile?

La **funzione di utilità** è un modo di associare una scala di valore ad ogni stato del gioco.

Utilità va intesa in senso esteso

- ▶ Se gioco a poker può essere la quantità di soldi che guadagno;
- ▶ Se gioco a nascondino può essere il tempo che riesco a stare nascosto senza essere scoperto;
- ▶ Se gioco a scacchi ho bisogno di saper dare un valore a ciascuna posizione degli scacchi.

Utile?

La **funzione di utilità** è un modo di associare una scala di valore ad ogni stato del gioco.

Utilità va intesa in senso esteso

- ▶ Se gioco a poker può essere la quantità di soldi che guadagno;
- ▶ Se gioco a nascondino può essere il tempo che riesco a stare nascosto senza essere scoperto;
- ▶ Se gioco a scacchi ho bisogno di saper dare un valore a ciascuna posizione degli scacchi.

Può variare nel tempo. Può dipendere da informazioni di natura probabilistica.

Utile?

La **funzione di utilità** è un modo di associare una scala di valore ad ogni stato del gioco.

Utilità va intesa in senso esteso

- ▶ Se gioco a poker può essere la quantità di soldi che guadagno;
- ▶ Se gioco a nascondino può essere il tempo che riesco a stare nascosto senza essere scoperto;
- ▶ Se gioco a scacchi ho bisogno di saper dare un valore a ciascuna posizione degli scacchi.

Può variare nel tempo. Può dipendere da informazioni di natura probabilistica.

Equilibrio

Strategia dominante

La strategia scelta è la migliore indipendentemente da quello che fanno gli altri.

Efficienza di Pareto

Situazione nella quale un singolo non può migliorare il suo stato senza peggiorare quello degli altri.

Equilibrio

Strategia dominante

La strategia scelta è la migliore indipendentemente da quello che fanno gli altri.

Efficienza di Pareto

Situazione nella quale un singolo non può migliorare il suo stato senza peggiorare quello degli altri.

Equilibrio di Nash

Situazione nella quale nessun giocatore ha un incentivo a cambiare se non lo fa nessun altro.

Equilibrio

Strategia dominante

La strategia scelta è la migliore indipendentemente da quello che fanno gli altri.

Efficienza di Pareto

Situazione nella quale un singolo non può migliorare il suo stato senza peggiorare quello degli altri.

Equilibrio di Nash

Situazione nella quale nessun giocatore ha un incentivo a cambiare se non lo fa nessun altro.

Assieme o contro?

Cooperazione o competizione?

La scelta è determinata dalla possibilità che hanno i giocatori di prendere accordi e di comunicare liberamente tra di loro.

Negli ultimi anni: giochi con una funzione di *utilità collettiva* o sociale.

Assieme o contro?

Cooperazione o competizione?

La scelta è determinata dalla possibilità che hanno i giocatori di prendere accordi e di comunicare liberamente tra di loro.

Negli ultimi anni: giochi con una funzione di *utilità collettiva* o sociale.

Il gioco dell'imitazione

Partecipano un maschio A, una femmina B e un giudice C (il cui sesso è irrilevante).

C è isolato dagli altri due ma può porre loro domande di qualsiasi natura. Il suo scopo è stabilire chi è maschio e chi femmina.

Il gioco dell'imitazione

Partecipano un maschio A , una femmina B e un giudice C (il cui sesso è irrilevante).

C è isolato dagli altri due ma può porre loro domande di qualsiasi natura. Il suo scopo è stabilire chi è maschio e chi femmina.

Sia A che B cercano di sembrare una femmina (quindi A deve ingannare C e B aiutarlo).

Il gioco dell'imitazione

Partecipano un maschio A , una femmina B e un giudice C (il cui sesso è irrilevante).

C è isolato dagli altri due ma può porre loro domande di qualsiasi natura. Il suo scopo è stabilire chi è maschio e chi femmina.

Sia A che B cercano di sembrare una femmina (quindi A deve ingannare C e B aiutarlo).

Imitazione e intelligenza

Turing nel 1950 propone il seguente esperimento concettuale: se invece che maschio e femmina poniamo uomo e macchina?

Propone di definire una macchina **intelligente** se riesce a confondere l'esaminatore con la stessa frequenza di un essere umano.

Imitazione e intelligenza

Turing nel 1950 propone il seguente esperimento concettuale: se invece che maschio e femmina poniamo uomo e macchina? Propone di definire una macchina **intelligente** se riesce a confondere l'esaminatore con la stessa frequenza di un essere umano.

Il test di Turing

- ▶ Alcuni programmi hanno ottenuto buoni successi (e.g. Elyza);
- ▶ Forte dipendenza dalla fattore umano *esaminatore*;

Il test di Turing

- ▶ Alcuni programmi hanno ottenuto buoni successi (e.g. Elyza);
- ▶ Forte dipendenza dalla fattore umano *esaminatore*;
- ▶ Capacità linguistica come *unica* forma di intelligenza?

Il test di Turing

- ▶ Alcuni programmi hanno ottenuto buoni successi (e.g. Elyza);
- ▶ Forte dipendenza dalla fattore umano *esaminatore*;
- ▶ Capacità linguistica come *unica* forma di intelligenza?
- ▶ Può esistere un linguaggio che sia solo gioco linguistico (Wittgenstein)?

Il test di Turing

- ▶ Alcuni programmi hanno ottenuto buoni successi (e.g. Elyza);
- ▶ Forte dipendenza dalla fattore umano *esaminatore*;
- ▶ Capacità linguistica come *unica* forma di intelligenza?
- ▶ Può esistere un linguaggio che sia solo gioco linguistico (Wittgenstein)?

Le regole del gioco

- ▶ Le regole della logica (Russell–Whitehead)
- ▶ Gli oggetti del gioco (assiomi)

Le regole del gioco

- ▶ Le regole della logica (Russell–Whitehead)
- ▶ Gli oggetti del gioco (assiomi)
- ▶ Settori della matematica come giochi specializzati con regole specifiche

Le regole del gioco

- ▶ Le regole della logica (Russell–Whitehead)
- ▶ Gli oggetti del gioco (assiomi)
- ▶ Settori della matematica come giochi specializzati con regole specifiche

Le regole del gioco

- ▶ Le regole della logica (Russell–Whitehead)
- ▶ Gli oggetti del gioco (assiomi)
- ▶ Settori della matematica come giochi specializzati con regole specifiche

Ludo-matematica

Può sembrare strano parlare di aspetto ludico della matematica; eppure...

La matematica un gioco che segue semplici regole che riguardano segni privi di senso tracciati sulla carta. (D. Hilbert)

La matematica è un enorme campo giochi, riempito di tutti i possibili giocattoli con cui la mente umana può giocare. Il manuale di istruzioni di alcuni di questi giocattoli è molto complicato. (Jacob Lurie - Mc Arthur Prize 2014)

Ludo-matematica

Può sembrare strano parlare di aspetto ludico della matematica; eppure...

La matematica un gioco che segue semplici regole che riguardano segni privi di senso tracciati sulla carta. (D. Hilbert)

La matematica è un enorme campo giochi, riempito di tutti i possibili giocattoli con cui la mente umana può giocare. Il manuale di istruzioni di alcuni di questi giocattoli è molto complicato. (Jacob Lurie - Mc Arthur Prize 2014)

Ludo-matematica II

Spesso si identifica la rigidità delle regole matematiche come l'espressione della sua *serietà*.

Al contrario regole certe e circoscritte sono una delle ragioni d'essere del gioco.

Ludo-matematica II

Spesso si identifica la rigidità delle regole matematiche come l'espressione della sua *serietà*.

Al contrario regole certe e circoscritte sono una delle ragioni d'essere del gioco.

Purtroppo nella didattica della matematica si tende a privilegiare l'aspetto normativo su quello esplorativo (ma M. Montessori, E. Castelnuovo)

Ludo-matematica II

Spesso si identifica la rigidità delle regole matematiche come l'espressione della sua *serietà*.

Al contrario regole certe e circoscritte sono una delle ragioni d'essere del gioco.

Purtroppo nella didattica della matematica si tende a privilegiare l'aspetto normativo su quello esplorativo (ma M. Montessori, E. Castelnuovo)

La matematica del gioco. Il gioco della matematica

└ Il gioco della matematica

└ La matematica è un gioco

La matematica è un gioco linguistico? (Problema filosofico della
esistenza degli oggetti matematici)

La matematica è un gioco linguistico? (Problema filosofico della esistenza degli oggetti matematici)

In quanto gioco linguistico i computer dovrebbero essere particolarmente bravi (addestrabili) a fare matematica.

Esistono programmi la cui *intelligenza* consiste nel dimostrare nuovi teoremi di matematica, mai ottenuti dagli uomini.

La matematica è un gioco linguistico? (Problema filosofico della esistenza degli oggetti matematici)

In quanto gioco linguistico i computer dovrebbero essere particolarmente bravi (addestrabili) a fare matematica.

Esistono programmi la cui *intelligenza* consiste nel dimostrare nuovi teoremi di matematica, mai ottenuti dagli uomini.

La matematica del gioco. Il gioco della matematica

└ Il gioco della matematica

└ La matematica è un gioco

ATP (Automated Theorem Proving)

Alcuni successi

Dimostrazioni aiutate dal computer (teorema dei quattro colori). Assiomi di Robbins per l'algebra Booleana.

ATP (Automated Theorem Proving)

Alcuni successi

Dimostrazioni aiutate dal computer (teorema dei quattro colori). Assiomi di Robbins per l'algebra Booleana.

Molti insuccessi

Complessità delle dimostrazioni (e loro *inumanità*).

ATP (Automated Theorem Proving)

Alcuni successi

Dimostrazioni aiutate dal computer (teorema dei quattro colori). Assiomi di Robbins per l'algebra Booleana.

Molti insuccessi

Complessità delle dimostrazioni (e loro *inumanità*). Difficoltà a operare in contesti di incertezza e a saper valutare la qualità del risultato

ATP (Automated Theorem Proving)

Alcuni successi

Dimostrazioni aiutate dal computer (teorema dei quattro colori). Assiomi di Robbins per l'algebra Booleana.

Molti insuccessi

Complessità delle dimostrazioni (e loro *inumanit*à). Difficoltà a operare in contesti di incertezza e a saper valutare la qualità del risultato

Una difficile intelligenza

In ultima analisi, anche in un contesto apparentemente *iperregolato* come quello della matematica esistono e sono importanti quelle caratteristiche della intelligenza che ancora non sappiamo ben definire (creatività, fantasia, impulsività, sorpresa).

